**WYMAGANIA Z WIEDZY I UMIEJĘTNOŚCI Z MATEMATYKI
NA POSZCZEGÓLNE STOPNIE SZKOLNE DLA KLASY 3L**

**Zakres podstawowy**

1. **UŁAMKI ALGEBRAICZNE. RÓWNANIA WYMIERNE**

|  |  |
| --- | --- |
| **Stopień** | **Wiadomości i umiejętności** |
| Dopuszczający | Uczeń: zna pojęcie ułamka algebraicznego jednej zmiennej |
| potrafi wyznaczyć dziedzinę ułamka algebraicznego |
| potrafi podać przykład ułamka algebraicznego o zadanej dziedzinie |
| potrafi wykonywać działania na ułamkach algebraicznych, takie jak: skracanie ułamków, rozszerzanie ułamków, dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie ułamków algebraicznych, określając warunki wykonalności tych działań |
| potrafi wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych |
| zna definicję równania wymiernego |
| potrafi rozwiązywać proste równania wymierne |
| wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi, nazywamy proporcjonalnością odwrotną potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności |
| wyznacza równania osi symetrii oraz współrzędne środka symetrii hiperboli opisanej danym równaniem |
| zna definicję funkcji wymiernej |
| potrafi określić dziedzinę funkcji wymiernej |
| zna definicję funkcji homograficznej $y=\frac{ax+b}{cx+d}, gdzie c\ne 0 $$$i ad-cb\ne 0$$ |
| potrafi przekształcić wzór funkcji $y=\frac{ax+b}{cx+d}, gdzie c\ne 0 $$i ad-cb\ne 0$ do postaci $y=\frac{k}{x-p}+q$ |
| potrafi naszkicować wzór funkcji $y=\frac{k}{x-p}+q$  |
| potrafi obliczyć miejsce zerowe funkcji homograficznej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi *OY* |
| potrafi wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji $y=\frac{k}{x-p}+q$ |
| Dostateczny | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do prostych równań wymiernych |
| rozwiązuje zadania z zastosowaniem proporcjonalności odwrotnej |
| Dobry | potrafi sprawnie wykonywać działania łączne na ułamkach algebraicznych |
| potrafi rozwiązywać równania wymierne |
| potrafi rozwiązywać zadania dotyczące własności funkcji wymiernej  |
| potrafi napisać wzór funkcji homograficznej na podstawie informacji o jej wykresie |
| potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych |
| Bardzo dobry | potrafi rozwiązywać równania wymierne  |
| Celujący | potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące funkcji wymiernych wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod |

1. **CIĄGI**

|  |  |
| --- | --- |
| **Stopień** | **Wiadomości i umiejętności** |
| Dopuszczający | zna definicję ciągu (ciągu liczbowego) |
| potrafi wyznaczyć dowolny wyraz ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym |
| wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych |
| potrafi narysować wykres ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym |
| potrafi podać przykłady ciągów liczbowych monotonicznych |
| zna definicję ciągu arytmetycznego |
| potrafi podać przykłady ciągów arytmetycznych; |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest arytmetyczny |
| wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu arytmetycznego  |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego |
| zna definicję ciągu geometrycznego |
| potrafi podać przykłady ciągów geometrycznych |
| potrafi zbadać na podstawie definicji, czy dany ciąg określony wzorem ogólnym jest geometryczny |
| wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz |
| zna i potrafi stosować w rozwiązywaniu zadań wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego;  |
| zna i potrafi stosować wzór na sumę n kolejnych początkowych wyrazów ciągu geometrycznego |
| potrafi stosować procent prosty i składany w zadaniach dotyczących oprocentowania lokat i kredytów |
| oblicza wysokość kapitału przy różnym okresie kapitalizacji |
| Dostateczny | potrafi rozwiązywać proste zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych |
| wyznacza początkowe wyrazy ciągu określone rekurencyjnie |
| wyznacza wzór rekurencyjny ciągu, mając dany wzór ogólny |
| oblicza oprocentowanie lokaty |
| określa okres oszczędzania |
| bada, ile wyrazów danego ciągu jest większych/mniejszych od danej liczby |
| Dobry | wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki |
| potrafi zbadać na podstawie definicji monotoniczność ciągu liczbowego określonego wzorem ogólnym |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg arytmetyczny |
| stosuje własności ciągu arytmetycznego do rozwiązywania zadań, również w kontekście praktycznym |
| określa monotoniczność ciągu geometrycznego |
| wyznacza wartości zmiennych tak, aby wraz z podanymi wartościami tworzyły ciąg geometryczny |
| potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych |
| potrafi wyznaczyć wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym |
| rozwiązuje zadania związane z kredytami, również umieszczone w kontekście praktycznym |
| Bardzo dobry | rozwiązuje równania z zastosowaniem wzoru na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego |
| potrafi rozwiązywać zadania „mieszane” dotyczące ciągów arytmetycznych i geometrycznych o podwyższonym stopniu trudności |
| Celujący | potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów wymagające zastosowania niekonwencjonalnych metod |

1. **KOMBINATORYKA. DWUMIAN NEWTONA. TRÓJKĄT PASCALA**

|  |  |
| --- | --- |
| **Stopień** | **Wiadomości i umiejętności** |
| Dopuszczający | zna regułę dodawania oraz regułę mnożenia |
| zna pojęcie permutacji zbioru i umie stosować wzór na liczbę permutacji |
| zna pojęcie wariacji z powtórzeniami i bez powtórzeń i umie stosować wzory na liczbę takich wariacji |
| zna pojęcie kombinacji i umie stosować wzór na liczbę kombinacji |
| rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne z zastosowaniem poznanych wzorów |
| stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek  |
| przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wyników danego doświadczenia |
| wypisuje permutacje danego zbioru |
| oblicza liczbę permutacji elementów danego zbioru |
| przeprowadza obliczenia, stosując definicję silni |
| oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń  |
| oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami |
| stosuje regułę dodawania do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek |
| zna symbol Newtona |
| oblicza wartość symbolu Newtona |
| zna własności symbolu Newtona |
| zna pojęcie trójkąta Pascala i korzysta z niego |
| Dostateczny | wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań |
| wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań |
| wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań |
| wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań |
| umie rozwiązywać zadania kombinatoryczne o średnim stopniu trudności |
| wyznacza rozwinięcia wzoru Newtona |
| w oparciu o wzór Newtona wyznacza w rozwinięciu wartości poszczególnych wyrazów |
| rozwiązuje zadania z zastosowaniem własności symbolu Newtona  |
| Dobry | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji |
| Bardzo dobry | oblicza liczbę możliwych sytuacji, spełniających określone kryteria, z wykorzystaniem reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) oraz wzorów na liczbę: permutacji, kombinacji i wariacji w przypadkach wymagających rozważenia złożonego modelu zliczania elementów |
| Celujący | potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki |

**IV . GEOMETRIA PŁASKA – CZWOROKĄTY**

|  |  |
| --- | --- |
| **Stopień** | **Wiadomości i umiejętności** |
| Dopuszczający | zna podział czworokątów |
| potrafi wyróżnić wśród trapezów: trapezy prostokątne i trapezy równoramienne; poprawnie posługuje się takimi określeniami, jak: podstawa, ramię, wysokość trapezu |
| wie, że suma kątów przy każdym ramieniu trapezu jest równa 180° i umie tę własność wykorzystać w rozwiązywaniu prostych zadań |
| zna twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu |
| potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące własności trapezów |
| zna podstawowe własności równoległoboków i umie je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań |
| wie, jakie własności ma romb |
| zna własności prostokąta i kwadratu |
| wie, co to są trapezoidy, potrafi podać przykłady takich figur |
| zna własności deltoidu |
| zna i rozumie definicję podobieństwa |
| potrafi wskazać figury podobne |
| Dostateczny | potrafi zastosować twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu w rozwiązywaniu prostych zadań |
| korzysta z wcześniej zdobytej wiedzy do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów (trygonometria, twierdzenie Talesa, twierdzenie Pitagorasa, własności trójkątów itp.) |
| potrafi rozwiązywać proste zadania dotyczące podobieństwa czworokątów |
| umie na podstawie własności czworokąta podanych w zadaniu wywnioskować, jaki to jest czworokąt |
| Dobry | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące czworokątów, w tym trapezów i równoległoboków |
| Bardzo dobry | umie udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki ramion trapezu |
| potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki przekątnych trapezu |
| korzysta z wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów) do rozwiązywania zadań dotyczących czworokątów |
| Celujący | rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności |

**V . GEOMETRIA PŁASKA – POLE CZWOROKĄTA**

|  |  |
| --- | --- |
| **Stopień** | **Wiadomości i umiejętności** |
| Dopuszczający | zna twierdzenie o polach figur podobnych  |
| zna twierdzenie sinusów |
| zna twierdzenie cosinusów |
| rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta |
| zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta |
| potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych  |
| zna wzór na pole koła i pole wycinka koła |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań |
| potrafi zastosować wzory na pole kwadratu i prostokąta w rozwiązaniach prostych zadań |
| zna wzory na pole równoległoboku  |
| zna wzory na pole rombu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące rombów, wykorzystując wzory na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia |
| zna wzór na pole trapezu; potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trapezów, wykorzystując wzór na jego pole i poznane wcześniej twierdzenia |
| Dostateczny | potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów |
| potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów |
| potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia |
| potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie |
| potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań |
| umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań |
| potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące czworokątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa |
| zna związek między polami figur podobnych i potrafi korzystać z tego związku, rozwiązując zadania geometryczne o niewielkim stopniu trudności |
| Dobry | potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych |
| potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów) |
| Bardzo dobry | potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów |
| rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)  |
| potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola |
| potrafi wyprowadzić wzór na pole równoległoboku |
| potrafi wyprowadzić wzory na pole rombu |
| potrafi wyprowadzić wzór na pole trapezu |
| potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o wysokim stopniu trudności, wykorzystując wzory na pola trójkątów i czworokątów, w tym również z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń (np. twierdzenia sinusów i cosinusów) |
| Celujący | potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania |
| potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów |
| potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń |
|  |

**VI.GEOMETRIA ANALITYCZNA**

|  |  |
| --- | --- |
| **Stopień** | **Wiadomości i umiejętności** |
| Dopuszczający | zna określenie wektora w układzie współrzędnych i potrafi podać jego cechy |
| potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora |
| potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej) |
| zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych w geometrii analitycznej |
| potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie) |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów |
| potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców |
| zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX) |
| zna definicję równania ogólnego prostej |
| potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty |
| zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej |
| potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg |
| zna i umie stosować pojęcia wektorów równych i przeciwnych |
| potrafi wyznaczyć współrzędne początku/końca wektora mając dane jego współrzędne |
| zna definicję kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |
| zna wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |
| zna warunki na prostopadłość i równoległość wektorów |
| zna i potrafi stosować w zadaniach, wzór na odległość punktu od prostej |
| zna wzór na pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki |
| potrafi obliczyć odległość między dwiema prostymi równoległymi |
| rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej |
| potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu |
| potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu |
| umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej |
| potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg |
| zna pojęcie stycznej, siecznej i prostej rozłącznej do okręgu |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych |
| Dostateczny | potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora |
| potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań |
| potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym |
| potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej |
| potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych) |
| potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt |
| potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej |
| potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu |
| potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń) |
| potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń) |
| potrafi stosować w zadaniach wzory na cosinus i sinus kąta utworzonego przez dwa niezerowe wektory |
| potrafi zastosować w zadaniach warunki na prostopadłość i równoległość wektorów |
| potrafi obliczyć pole trójkąta gdy dane są jego wierzchołki |
|  potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń) |
| potrafi wyznaczyć równanie stycznej do okręgu |
| potrafi rozwiązywać proste zadania z wykorzystaniem wiadomości o prostych, trójkątach i okręgach |
| potrafi wyznaczyć równania okręgu w symetrii względem osi układu oraz początku układu |
| Dobry | potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych |
| potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności |
| rozwiązuje zadania z geometrii analitycznej (o średnim stopniu trudności) w rozwiązaniu których sprawnie korzysta z poznanych wzorów |
| rozwiązuje zadania geometrii analitycznej w oparciu o wzór na pole trójkąta w układzie współrzędnych (np. gdy dane jest pole) |
| stosuje równanie okręgu w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności  |
| Bardzo dobry | sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe |
| potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych |
| potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności |
| potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których koniczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki |
| Celujący | rozwiązuje zadania nietypowe z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności |