**WYMAGANIA Z WIEDZY I UMIEJĘTNOŚCI NA POSZCZEGÓLNE STOPNIE SZKOLNE DLA KLASY 3M**

**ROK SZKOLNY 2021/2022**

**zakres rozszerzony**

**1. Trygonometria**

|  |  |
| --- | --- |
| **dopuszczający** | Uczeń:   * wie, co to jest miara łukowa kąta; * potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta (zamieniać stopnie na radiany  i radiany na stopnie); * zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta i potrafi się nimi posługiwać w rozwiązywaniu zadań; * zna związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta; * potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich; * zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych  w stopniach oraz radianach; * potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = sin *x*; * potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = cos *x*; * potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = tg *x*; * potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = ctg *x*; * zna wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; * zna wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań; * zna wzory na sinus i cosinus kąta podwojonego kąta i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań. |
| **dostateczny** | Uczeń:   * potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = sin *x* i omówić jej własności; * potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = cos *x* i omówić jej własności; * potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = tg *x* i omówić jej własności; * potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = ctg *x* i omówić jej własności; * potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi *OX*, symetria osiowa względem osi *OY*, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe o dany wektor); * potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach); * wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; * potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych; * potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem poznanych wzorów. |
| **dobry** | Uczeń:   * potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta); * potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej; * potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej; * potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|), *y* = *s* ⋅ *f*(*x*) oraz *y* = *f*(*s* ⋅ *x*), gdzie *s* ≠ 0; * potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne; * potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych; * potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych; * potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy  i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta. |
| **bardzo dobry** | Uczeń:   * potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów; * potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z parametrem; * potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii. |
| **celujący** | Uczeń:  - potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. |

**2.Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Stopień** | **Wiadomości i umiejętności** |
| **dopuszczający** | Uczeń potrafi:  -definiować potęgę o wykładniku całkowitym i wymiernym  -zapisać potęgę o wykładniku wymiernym jako pierwiastek i odwrotnie  -zdefiniować potęgę o wykładniku rzeczywistym  -zdefiniować logarytm  -podać własności działań na logarytmach  -obliczyć logarytm danej liczby  -zdefiniować funkcję wykładniczą i logarytmiczną  -podać przykład funkcji wykładniczej i logarytmicznej rosnącej lub malejącej  -zdefiniować pojęcie równania i nierówności wykładniczej i logarytmicznej |

|  |  |
| --- | --- |
| **dostateczny** | -wykonać elementarne działania na potęgach u wykładniku całkowitym i wymiernym  -odczytać z wykresu własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej  -narysować wykres funkcji wykładniczej i logarytmicznej, przesuniętej wzdłuż osi układu współrzędnych  -przekształcić wyrażenia zawierające potęgi  -wykonać działania na logarytmach  -zastosować definicję logarytmu w rozwiązaniu prostych równań i nierówności  -rozwiązać proste równania i nierówności wykładnicze  -naszkicować wykres funkcji wykładniczej i logarytmicznej w zależności od podstawy |
| **dobry** | -zapisać wzór wykresu funkcji wykładniczej i logarytmicznej, przesuniętej wzdłuż osi układu współrzędnych  -wykonać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym  -przekształcić wyrażenie zawierające potęgi i logarytmy o podwyższonym stopniu trudności  -rozwiązać równanie i nierówność logarytmiczną  -przekształcić wykres funkcji wykładniczej i logarytmicznej w symetrii względem osi układu współrzędnych i względem początku układu współrzędnych oraz zapisać wzór nowego wykresu  -przesunąć wykres funkcji wykładniczej i logarytmicznej o dany wektor oraz zapisać wzór nowego wykresu |
| **bardzo dobry** | -udowodnić własność działań na potęgach i logarytmach  -rozwiązać równanie i nierówności wykładnicze i logarytmiczne o podwyższonym stopniu trudności  -rozwiązać równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne z wartością bezwzględną,  z parametrem, z szeregami, z niewiadomą w podstawie  -naszkicować wykres funkcji wykładniczej i logarytmicznej z wartością bezwzględną  -potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych;  -potrafi rozwiązywać równania wykładniczo-potęgowo-logarytmiczne;  -potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy;  -potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych i logarytmicznych  (np. parzystość, nieparzystość, monotoniczność); |

**3.Elementy analizy matematycznej.**

|  |  |
| --- | --- |
| **dopuszczający** | Uczeń potrafi:  -wyjaśnić pojęcia granicy funkcji w punkcie  -obliczyć granice funkcji wielomianowych i wymiernych w punkcie oraz w „+”  i w „-”  -zdefiniować iloraz różnicowy  -zdefiniować i obliczyć pochodną funkcji w punkcie  -obliczyć pochodną wielomianu i funkcji wymiernej  -wyjaśnić pojęcie ciągłości funkcji w punkcie i w przedziale  -wyjaśnić pojecie monotoniczności funkcji  -podać warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji  -podać interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie |
| **dostateczny** | -wyznaczyć granice jednostronne funkcji w punkcie  -zastosować iloraz różnicowy do obliczania pochodnej funkcji w punkcie  -wyznaczyć równanie stycznej do krzywej w danym w punkcie  -określić monotoniczność funkcji na podstawie jej pochodnej  -zastosować warunek konieczny i wystarczający do wyznaczania ekstremum funkcji  -wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej pochodnej  -wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale |
| **dobry** | -wyznaczyć kąt przecięcia wykresów funkcji  -zanalizować treść zadania dotyczącego pochodnej funkcji, zapisać zależności między obiektami matematycznymi występującymi w zadaniu  -zastosować pochodną funkcji do badania własności funkcji |
| **bardzo dobry** | -przedyskutować problem w zadaniu optymalizacyjnym  -rozwiązać przy zastosowaniu pochodnej funkcji problem podany w zadaniu (monotoniczność, ekstremum)  -zastosować pochodną funkcji do rozwiązywania problemów praktycznych – zadania na ekstremum funkcji  -rozwiązać zadanie optymalizacyjne |
| **celujący** | -zbudować model matematyczny dla konkretnych sytuacji występującej w zadaniu  -narysować funkcję na podstawie analizy pochodnej  -przedyskutować i rozwiązać zadanie zawierające nietypowe problemy dotyczące pochodnej funkcji  -obliczyć pochodne funkcji trygonometrycznej  -obliczyć pochodna funkcji złożonej  – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopni trudności  – potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji |

**4. Geometria analityczna.**

|  |  |
| --- | --- |
| **dopuszczający** | Uczeń potrafi:  -podać postać kierunkową i ogólną równania prostej  -obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych  -wskazać na podstawie równania proste prostopadłe i równoległe  -narysować sumę wektorów i obliczyć jej współrzędne  -narysować iloczyn wektora przez liczbę  - odczytywać współrzędne środka i promień okręgu;  -odróżnić równanie okręgu od innych równań  -przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytywać współrzędne środka i promień okręgu; |
| **dostateczny** | -zastosować wzór na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty  -wyznaczyć równania prostych prostopadłych i równoległych  -opisać za pomocą nierówności półpłaszczyznę  -narysować półpłaszczyznę mając podany wzór  -obliczyć długość wektora  -wyznaczyć współrzędne wektora będącego wynikiem działań na wektorach  -wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;  -określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;  -opisać koło o danym środku i promieniu za pomocą nierówności oraz, mając daną nierówność, narysować koło, które ta nierówność opisuje  -potrafi obliczyć pole trójkąta oraz dowolnego wielokąta, gdy dane są współrzędne jego  wierzchołków |
| **dobry** | -obliczyć odległość punktu od prostej  -zastosować warunki równoległości prostopadłości prostych w zadaniach  -wyznaczyć równanie okręgu przechodzącego przez trzy punkty  -obliczyć odległość dwóch prostych równoległych  -wyznaczać równanie okręgu o zadanych własnościach |
| **bardzo dobry** | -obliczyć współrzędne punktów przecięcia okręgu z prosta  -obliczyć współrzędne punktów przecięcia pary okręgów |
| **celujący** | -zaproponować rozwiązanie zadania tekstowego o nietypowym problemie  -potrafi wyprowadzić wzory na sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa  niezerowe wektory;  – potrafi wyprowadzić wzory na tangens kąta utworzonego przez dwie proste dane równaniami kierunkowymi (ogólnymi);  – potrafi wyprowadzić wzór na odległość punktu od prostej;  -potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności |

**5. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa.**

**6. Elementy statystyki opisowej.**

|  |  |
| --- | --- |
| **dopuszczający** | Uczeń potrafi:  -zdefiniować permutację, kombinację, wariacje bez powtórzeń i z powtórzeniami  -obliczyć *n!* i *C*  -rozpoznać permutację, kombinację, wariacje bez powtórzeń i powtórzeniami  -zebrać dane dotyczące zagadnienia podanego w zadaniu  -zdefiniować zbiorowość, jednostkę, cechę statystyczną  -zdefiniować średnia arytmetyczną zwykła i ważoną, medianę, dominantę  -obliczyć średnią arytmetyczną zwykła i ważoną  -wyznaczyć medianę i dominantę  -wymienić parametry podobieństw i różnic  -określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego  -obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń na podstawie definicji klasycznej lub za pomocą drzewa  -zdefiniować działania na zdarzeniach  -zdefiniować prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite  -zdefiniować niezależność zdarzeń |
| **dostateczny** | -wyznaczyć liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych oraz liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu  -obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń losowych na podstawie własności prawdopodobieństwa  -zastosować elementy kombinatoryki w prostych zdaniach tekstowych  -rozwiązać równanie, np.: *C*= 36  -rozwiązać nierówność, np.: *C*<78  -wykonać działania na zdarzeniach  -zastosować własności prawdopodobieństwa w zadaniach tekstowych  -zaprezentować dane metodą graficzną  -odczytać informacje ilościowe z tabel, wykresów i diagramów  -obliczyć wariancję i odchylenie standardowe  -zbadać niezależność zdarzeń  -zastosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite, warunkowe |
| **dobry** | -zastosować elementy kombinatoryki w zadaniach tekstowych o podwyższonym stopniu trudności  -zastosować własności rachunku prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań  -przedstawić dane empiryczne w postaci tabel, wykresów i diagramów  -obliczyć prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite w skończonym zbiorze zdarzeń elementarnych |
| **bardzo dobry** | -przetwarzać informację  -przeprowadzić analizę ilościową przedstawionych danych  -uzasadnić wnioski wypływające z analizy statystycznej  -rozwiązać zadanie z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności  -przeprowadzić analizę jakościową przedstawionych danych |
| **celujący** | -ocenić wnioski wypływające z ilościowej i jakościowej analizy statystycznej  -potrafi udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia warunki aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa;  - potrafi udowodnić wzór na prawdopodobieństwo całkowite;  -potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa |

**7.Geometria przestrzenna.**

|  |  |
| --- | --- |
| **dopuszczający** | Uczeń potrafi:  -podać jednostki pola i objętości oraz zależności między nimi  -podać własności podstawowych figur przestrzennych graniastosłupów i ostrosłupów  -podać własności brył obrotowych (kuli, walca, stożka)  -zdefiniować kąt dwuścienny, kąt między prostą i płaszczyzną  -określić wzajemne położenie, prostych i płaszczyzn w przestrzeni  -rozróżnić wielościany foremne  -rozróżnić przekroje płaskie wielościanów foremnych |
| **dostateczny** | -narysować siatki graniastosłupów, ostrosłupów, brył obrotowych  -zbadać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni  -zastosować pojęcie kąta dwuściennego, kąta między prostą i płaszczyzną w rozwiązywaniu zadań  -zastosować i przekształcić wzory związane z polem powierzchni i objętością brył obrotowych  -określić własności wielościanów foremnych  -wyznaczyć przekroje płaskie wielościanów foremnych |
| **dobry** | -narysować siatkę wielościanu  -zanalizować treść zadania, zapisać warunki i zależności między obiektami matematycznymi  -obliczyć pole powierzchni i objętość wielościanu  -zastosować trygonometrię do obliczania pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych  -zastosować własności wielościanów foremnych w rozwiązywaniu zadań |
| **bardzo dobry** | -zaprojektować siatkę nietypowego wielościanu  -rozwiązać zadanie dotyczące pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych z zastosowaniem trygonometrii  -rozwiązać zadanie z zastosowaniem własności wielościanów foremnych  -rozwiązać zadanie optymalizacyjne dotyczące pola powierzchni lub objętości brył  -rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności,  z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;  – wykorzystuje wiadomości z analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań ze  stereometrii. |
| **celujący** | -rozwiązać zadanie o nietypowym problemie, dotyczące graniastosłupów, ostrosłupów, brył obrotowych  -rozwiązać zadanie o nietypowym problemie, dotyczące przekrojów płaskich graniastosłupów, ostrosłupów lub wielościanów foremnych |

Opracowała: Magdalena Szramik