**WYMAGANIA Z WIEDZY I UMIEJĘTNOŚCI NA POSZCZEGÓLNE STOPNIE SZKOLNE DLA KLASY 3M**

**ROK SZKOLNY 2021/2022**

**zakres rozszerzony**

**1. Trygonometria**

|  |  |
| --- | --- |
| **dopuszczający** |  Uczeń:* wie, co to jest miara łukowa kąta;
* potrafi stosować miarę łukową i stopniową kąta (zamieniać stopnie na radiany i radiany na stopnie);
* zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta i potrafi się nimi posługiwać w rozwiązywaniu zadań;
* zna związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;
* potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
* zna i potrafi stosować wzory redukcyjne dla kątów o miarach wyrażonych w stopniach oraz radianach;
* potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = sin *x*;
* potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = cos *x*;
* potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = tg *x*;
* potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = ctg *x*;
* zna wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań;
* zna wzory na sumę i różnicę sinusów i cosinusów i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań;
* zna wzory na sinus i cosinus kąta podwojonego kąta i potrafi je stosować do rozwiązywania prostych zadań.
 |
| **dostateczny** | Uczeń:* potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = sin *x* i omówić jej własności;
* potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = cos *x* i omówić jej własności;
* potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = tg *x* i omówić jej własności;
* potrafi naszkicować wykres funkcji *y* = ctg *x* i omówić jej własności;
* potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: symetria osiowa względem osi *OX*, symetria osiowa względem osi *OY*, symetria środkowa, względem punktu (0, 0), przesunięcie równoległe o dany wektor);
* potrafi wyznaczyć zbiór wartości funkcji trygonometrycznej (w prostych przypadkach);
* wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
* potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresów odpowiednich funkcji trygonometrycznych;
* potrafi rozwiązywać proste równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem poznanych wzorów.
 |
| **dobry** | Uczeń:* potrafi zbadać, czy funkcja trygonometryczna jest parzysta (nieparzysta);
* potrafi określić zbiór wartości funkcji trygonometrycznej;
* potrafi wyznaczyć okres podstawowy funkcji trygonometrycznej;
* potrafi przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych, stosując takie przekształcenia, jak: *y* = |*f*(*x*)|, *y* = *f*(|*x*|), *y* = *s* ⋅ *f*(*x*) oraz *y* = *f*(*s* ⋅ *x*), gdzie *s* ≠ 0;
* potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne;
* potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do przekształcania wyrażeń trygonometrycznych;
* potrafi stosować wzory na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzory na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzory na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta do dowodzenia tożsamości trygonometrycznych;
* potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z zastosowaniem wzorów na funkcje trygonometryczne sumy i różnicy kątów, wzorów na sumy i różnice funkcji trygonometrycznych, wzorów na funkcje trygonometryczne wielokrotności kąta.
 |
| **bardzo dobry** | Uczeń:* potrafi rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną z zastosowaniem poznanych wzorów;
* potrafi rozwiązywać równania trygonometryczne z parametrem;
* potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.
 |
| **celujący** | Uczeń:- potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania. |

**2.Funkcja wykładnicza i funkcja logarytmiczna.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Stopień** | **Wiadomości i umiejętności** |
| **dopuszczający** | Uczeń potrafi:-definiować potęgę o wykładniku całkowitym i wymiernym-zapisać potęgę o wykładniku wymiernym jako pierwiastek i odwrotnie-zdefiniować potęgę o wykładniku rzeczywistym-zdefiniować logarytm-podać własności działań na logarytmach-obliczyć logarytm danej liczby-zdefiniować funkcję wykładniczą i logarytmiczną-podać przykład funkcji wykładniczej i logarytmicznej rosnącej lub malejącej-zdefiniować pojęcie równania i nierówności wykładniczej i logarytmicznej |

|  |  |
| --- | --- |
| **dostateczny** | -wykonać elementarne działania na potęgach u wykładniku całkowitym i wymiernym-odczytać z wykresu własności funkcji wykładniczej i logarytmicznej-narysować wykres funkcji wykładniczej i logarytmicznej, przesuniętej wzdłuż osi układu współrzędnych-przekształcić wyrażenia zawierające potęgi-wykonać działania na logarytmach-zastosować definicję logarytmu w rozwiązaniu prostych równań i nierówności-rozwiązać proste równania i nierówności wykładnicze-naszkicować wykres funkcji wykładniczej i logarytmicznej w zależności od podstawy |
| **dobry** | -zapisać wzór wykresu funkcji wykładniczej i logarytmicznej, przesuniętej wzdłuż osi układu współrzędnych-wykonać działania na potęgach o wykładniku rzeczywistym-przekształcić wyrażenie zawierające potęgi i logarytmy o podwyższonym stopniu trudności-rozwiązać równanie i nierówność logarytmiczną-przekształcić wykres funkcji wykładniczej i logarytmicznej w symetrii względem osi układu współrzędnych i względem początku układu współrzędnych oraz zapisać wzór nowego wykresu-przesunąć wykres funkcji wykładniczej i logarytmicznej o dany wektor oraz zapisać wzór nowego wykresu |
| **bardzo dobry** | -udowodnić własność działań na potęgach i logarytmach-rozwiązać równanie i nierówności wykładnicze i logarytmiczne o podwyższonym stopniu trudności-rozwiązać równania i nierówności wykładnicze i logarytmiczne z wartością bezwzględną,  z parametrem, z szeregami, z niewiadomą w podstawie-naszkicować wykres funkcji wykładniczej i logarytmicznej z wartością bezwzględną-potrafi rozwiązywać układy równań i nierówności wykładniczych oraz logarytmicznych;-potrafi rozwiązywać równania wykładniczo-potęgowo-logarytmiczne;-potrafi naszkicować zbiór punktów płaszczyzny spełniających dane równanie lub nierówność z dwiema niewiadomymi, w których występują logarytmy;-potrafi badać, na podstawie definicji, własności funkcji wykładniczych i logarytmicznych(np. parzystość, nieparzystość, monotoniczność); |

**3.Elementy analizy matematycznej.**

|  |  |
| --- | --- |
| **dopuszczający** | Uczeń potrafi:-wyjaśnić pojęcia granicy funkcji w punkcie-obliczyć granice funkcji wielomianowych i wymiernych w punkcie oraz w „+”  i w „-”-zdefiniować iloraz różnicowy-zdefiniować i obliczyć pochodną funkcji w punkcie-obliczyć pochodną wielomianu i funkcji wymiernej-wyjaśnić pojęcie ciągłości funkcji w punkcie i w przedziale-wyjaśnić pojecie monotoniczności funkcji-podać warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji-podać interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie |
| **dostateczny** | -wyznaczyć granice jednostronne funkcji w punkcie-zastosować iloraz różnicowy do obliczania pochodnej funkcji w punkcie-wyznaczyć równanie stycznej do krzywej w danym w punkcie-określić monotoniczność funkcji na podstawie jej pochodnej-zastosować warunek konieczny i wystarczający do wyznaczania ekstremum funkcji-wyznaczyć przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej pochodnej-wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji w przedziale |
| **dobry** | -wyznaczyć kąt przecięcia wykresów funkcji-zanalizować treść zadania dotyczącego pochodnej funkcji, zapisać zależności między obiektami matematycznymi występującymi w zadaniu-zastosować pochodną funkcji do badania własności funkcji |
| **bardzo dobry** | -przedyskutować problem w zadaniu optymalizacyjnym-rozwiązać przy zastosowaniu pochodnej funkcji problem podany w zadaniu (monotoniczność, ekstremum)-zastosować pochodną funkcji do rozwiązywania problemów praktycznych – zadania na ekstremum funkcji-rozwiązać zadanie optymalizacyjne |
| **celujący** | -zbudować model matematyczny dla konkretnych sytuacji występującej w zadaniu-narysować funkcję na podstawie analizy pochodnej-przedyskutować i rozwiązać zadanie zawierające nietypowe problemy dotyczące pochodnej funkcji-obliczyć pochodne funkcji trygonometrycznej-obliczyć pochodna funkcji złożonej– rozwiązuje zadania o podwyższonym stopni trudności– potrafi wyprowadzić wzory na pochodne funkcji |

**4. Geometria analityczna.**

|  |  |
| --- | --- |
| **dopuszczający** | Uczeń potrafi:-podać postać kierunkową i ogólną równania prostej-obliczyć odległość punktów w układzie współrzędnych-wskazać na podstawie równania proste prostopadłe i równoległe-narysować sumę wektorów i obliczyć jej współrzędne-narysować iloczyn wektora przez liczbę- odczytywać współrzędne środka i promień okręgu;-odróżnić równanie okręgu od innych równań-przekształcać równanie okręgu do postaci kanonicznej i odczytywać współrzędne środka i promień okręgu; |
| **dostateczny** | -zastosować wzór na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty-wyznaczyć równania prostych prostopadłych i równoległych-opisać za pomocą nierówności półpłaszczyznę-narysować półpłaszczyznę mając podany wzór -obliczyć długość wektora-wyznaczyć współrzędne wektora będącego wynikiem działań na wektorach-wyznaczyć równanie stycznej do okręgu;-określić wzajemne położenie dwóch okręgów opisanych równaniami;-opisać koło o danym środku i promieniu za pomocą nierówności oraz, mając daną nierówność, narysować koło, które ta nierówność opisuje-potrafi obliczyć pole trójkąta oraz dowolnego wielokąta, gdy dane są współrzędne jego  wierzchołków |
| **dobry** | -obliczyć odległość punktu od prostej-zastosować warunki równoległości prostopadłości prostych w zadaniach-wyznaczyć równanie okręgu przechodzącego przez trzy punkty-obliczyć odległość dwóch prostych równoległych-wyznaczać równanie okręgu o zadanych własnościach |
| **bardzo dobry** | -obliczyć współrzędne punktów przecięcia okręgu z prosta-obliczyć współrzędne punktów przecięcia pary okręgów |
| **celujący** | -zaproponować rozwiązanie zadania tekstowego o nietypowym problemie-potrafi wyprowadzić wzory na sinus i cosinus kąta utworzonego przez dwa  niezerowe wektory;– potrafi wyprowadzić wzory na tangens kąta utworzonego przez dwie proste dane równaniami kierunkowymi (ogólnymi);– potrafi wyprowadzić wzór na odległość punktu od prostej;-potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności |

**5. Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa.**

**6. Elementy statystyki opisowej.**

|  |  |
| --- | --- |
| **dopuszczający** | Uczeń potrafi:-zdefiniować permutację, kombinację, wariacje bez powtórzeń i z powtórzeniami-obliczyć *n!* i *C*-rozpoznać permutację, kombinację, wariacje bez powtórzeń i powtórzeniami-zebrać dane dotyczące zagadnienia podanego w zadaniu-zdefiniować zbiorowość, jednostkę, cechę statystyczną-zdefiniować średnia arytmetyczną zwykła i ważoną, medianę, dominantę-obliczyć średnią arytmetyczną zwykła i ważoną-wyznaczyć medianę i dominantę-wymienić parametry podobieństw i różnic-określić zbiór (skończony) zdarzeń elementarnych danego doświadczenia losowego-obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń na podstawie definicji klasycznej lub za pomocą drzewa-zdefiniować działania na zdarzeniach-zdefiniować prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite-zdefiniować niezależność zdarzeń |
| **dostateczny** | -wyznaczyć liczbę wszystkich zdarzeń elementarnych oraz liczbę zdarzeń elementarnych sprzyjających danemu zdarzeniu losowemu-obliczyć prawdopodobieństwo zdarzeń losowych na podstawie własności prawdopodobieństwa-zastosować elementy kombinatoryki w prostych zdaniach tekstowych-rozwiązać równanie, np.: *C*= 36-rozwiązać nierówność, np.: *C*<78-wykonać działania na zdarzeniach-zastosować własności prawdopodobieństwa w zadaniach tekstowych-zaprezentować dane metodą graficzną-odczytać informacje ilościowe z tabel, wykresów i diagramów-obliczyć wariancję i odchylenie standardowe-zbadać niezależność zdarzeń-zastosować wzór na prawdopodobieństwo całkowite, warunkowe |
| **dobry** | -zastosować elementy kombinatoryki w zadaniach tekstowych o podwyższonym stopniu trudności-zastosować własności rachunku prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań-przedstawić dane empiryczne w postaci tabel, wykresów i diagramów-obliczyć prawdopodobieństwo warunkowe i całkowite w skończonym zbiorze zdarzeń elementarnych |
| **bardzo dobry** | -przetwarzać informację-przeprowadzić analizę ilościową przedstawionych danych-uzasadnić wnioski wypływające z analizy statystycznej-rozwiązać zadanie z rachunku prawdopodobieństwa o podwyższonym stopniu trudności-przeprowadzić analizę jakościową przedstawionych danych |
| **celujący** | -ocenić wnioski wypływające z ilościowej i jakościowej analizy statystycznej-potrafi udowodnić, że prawdopodobieństwo warunkowe spełnia warunki aksjomatycznej definicji prawdopodobieństwa;- potrafi udowodnić wzór na prawdopodobieństwo całkowite;-potrafi rozwiązywać nietypowe zadania dotyczące kombinatoryki i rachunku prawdopodobieństwa |

**7.Geometria przestrzenna.**

|  |  |
| --- | --- |
| **dopuszczający** | Uczeń potrafi:-podać jednostki pola i objętości oraz zależności między nimi-podać własności podstawowych figur przestrzennych graniastosłupów i ostrosłupów-podać własności brył obrotowych (kuli, walca, stożka)-zdefiniować kąt dwuścienny, kąt między prostą i płaszczyzną-określić wzajemne położenie, prostych i płaszczyzn w przestrzeni-rozróżnić wielościany foremne-rozróżnić przekroje płaskie wielościanów foremnych |
| **dostateczny** | -narysować siatki graniastosłupów, ostrosłupów, brył obrotowych-zbadać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni-zastosować pojęcie kąta dwuściennego, kąta między prostą i płaszczyzną w rozwiązywaniu zadań-zastosować i przekształcić wzory związane z polem powierzchni i objętością brył obrotowych-określić własności wielościanów foremnych-wyznaczyć przekroje płaskie wielościanów foremnych |
| **dobry** | -narysować siatkę wielościanu-zanalizować treść zadania, zapisać warunki i zależności między obiektami matematycznymi-obliczyć pole powierzchni i objętość wielościanu-zastosować trygonometrię do obliczania pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych-zastosować własności wielościanów foremnych w rozwiązywaniu zadań |
| **bardzo dobry** | -zaprojektować siatkę nietypowego wielościanu-rozwiązać zadanie dotyczące pól powierzchni i objętości wielościanów i brył obrotowych z zastosowaniem trygonometrii-rozwiązać zadanie z zastosowaniem własności wielościanów foremnych-rozwiązać zadanie optymalizacyjne dotyczące pola powierzchni lub objętości brył-rozwiązywać zadania geometryczne dotyczące brył o średnim stopniu trudności,  z wykorzystaniem wcześniej poznanych twierdzeń z planimetrii oraz trygonometrii;– wykorzystuje wiadomości z analizy matematycznej w rozwiązaniach zadań ze  stereometrii. |
| **celujący** | -rozwiązać zadanie o nietypowym problemie, dotyczące graniastosłupów, ostrosłupów, brył obrotowych-rozwiązać zadanie o nietypowym problemie, dotyczące przekrojów płaskich graniastosłupów, ostrosłupów lub wielościanów foremnych |

 Opracowała: Magdalena Szramik